

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – luglio 2023



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-5x+6}} \cdot \log(4-x)$$

Dominio	$E = [-2, 2) \cup (3, 4)$
Positività	$P = (-2, 2)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(0; \log 4 / \sqrt{3})$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 5x} - \sqrt{4x^2 + 2x - 1})$ e $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x \cdot e^{x^2 - 4x} - 4}$

Soluzioni	3/4; 9/17
-----------	-----------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x - 2}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 4x - 12}{(x - 2)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
Estremi	$M(-2; 0) \quad m(6; 16)$ cresce in $(-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot e^{1-6x^2}$

Derivata prima	$f' = e^{1-6x^2} \cdot (1 - 12x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 36e^{1-6x^2} \cdot x \cdot (4x^2 - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1/2; -1/2\sqrt{e}); F_2(0; 0); F_3(1/2; 1/2\sqrt{e})$ convessa in $(-1/2, 0) \cup (1/2, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{-3x^4 + 2x^2 - 4x + 3}{(4x^2 - 4) \cdot (x^2 + x - 6)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -3, x = -1, x = 1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -3/4$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^3 \left(\frac{3x+2}{4x+5} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(5x+1) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{16}(12x - 7 \log(4x+5))$ $\frac{9}{4} - \frac{7}{16} \log\left(\frac{17}{5}\right) \approx 1,7146$
Integrale indefinito	$\frac{1}{100}((50x^2 - 2) \cdot \log(5x+1) + 5x \cdot (2 - 5x)) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + y + k \cdot z = 2 \\ 3x + y + 4z = 3 \\ -2x + k \cdot y + z = -2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 3$: indeterminato $k \neq -1; 3$: sol. unica
Soluzioni	$k = -1: x = 1 - 5z; y = 11z; z \in \mathbb{R}$ $k = 3: x = 1 - z; y = -z; z \in \mathbb{R}$ $k \neq -1; 3: x = 1; y = 0; z = 0$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 2x \cdot y + 3x + 2y^2 + 2y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 2y = 3$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + 2y + 3 \quad f_y = 2x + 4y + 2$
Estremi liberi	$m(-2; 1/2) \quad z = -3/2 \quad H = 4$
Estremi vincolati	$m(1; -1/2) \quad \lambda = 1 \quad z = 7/2$ $H = -40$

Domande teoriche.

- 1) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e conseguenze (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di rapporto incrementale parziale (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con *.*